

2021年度

金沢大学理工学域編入学試験

数物科学類 計算科学コース

### 専門科目

(注 意)

1. 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
2. 問題紙は本文5ページであり、答案用紙は2枚、下書き用紙は1枚である。
3. 5つの問題（1. 微分積分, 2. 線形代数, 3. 力学, 4. 電磁気学, 5. プログラミング）から2つを選択して解答し、選択した問題番号を答案用紙の所定欄に記入すること。下書き用紙への記入は答案として認めない。
4. 1問につき1枚の答案用紙で解答すること。必要なら答案用紙の裏を使ってもよい。ただし、この場合は裏に続けることを明記し、裏面の上部（表の横線の上に相当する部分）は使用しないこと。
5. 白紙の答案用紙も受験番号等を記入して提出すること。
6. 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 計算科学コース

## 1. 微分積分

次の[1], [2]の問いに答えよ。

### [1] 関数

$$f(t) = \frac{1}{1+e^{-t}} \quad (t \in \mathbf{R}), \quad F(x) = \int_0^x f(t) dt \quad (x \in \mathbf{R})$$

について、以下の問いに答えよ。

- (1) 極限值  $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t)$  および  $\lim_{t \rightarrow -\infty} f(t)$  を求めよ。
- (2)  $y = f(t)$  のグラフの概形を図示せよ。
- (3)  $y = F(x)$  のグラフは下に凸であることを示せ。
- (4)  $a > 0$  に対して、極限值  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{F(ax)}{x}$  を求めよ。

### [2] 以下の問いに答えよ。

#### (1) 定積分

$$\int_{-\pi}^{\pi} (\sin |x| - \sin x) dx$$

の値を求めよ。

- (2) 領域  $D = \{(x, y) \mid |y| \leq e^{-x^2}, x \geq 0\}$  に対して、重積分

$$\iint_D xy^2 dx dy$$

の値を求めよ。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 計算科学コース

## 2. 線形代数

次の①, ②の問いに答えよ。

①  $\alpha$  を実数とする。2以上の自然数  $n$  に対して,  $n$  次の正方行列  $A_n$  を

$$A_n = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \alpha & -1 & \cdots & \vdots \\ \vdots & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \cdots & \alpha & -1 \\ 1 & 0 & \cdots & 0 & \alpha \end{pmatrix}$$

により定める。ここで,  $A_2 = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & \alpha \end{pmatrix}$ ,  $A_3 = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 0 & \alpha & -1 \\ 1 & 0 & \alpha \end{pmatrix}$  である。

また,  $a_n = \det(A_n)$  とする。次の問いに答えよ。

- (1)  $a_2, a_3$  を求めよ。
- (2)  $a_n$  を求めよ。
- (3)  $\alpha \geq 0$  のとき,  $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$  を求めよ。

② 次の行列が対角化可能であるか調べ, 対角化可能ならば, 与えられた行列  $A$  に対し,  $P^{-1}AP$  が対角行列となるような行列  $P$  とそのときの対角行列を1組求めよ。

$$(1) \begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ 2 & 1 & -2 \\ 4 & -1 & -2 \end{pmatrix}$$

$$(2) \begin{pmatrix} -3 & 0 & -2 \\ 8 & -1 & 8 \\ 4 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 計算科学コース

### 3. 力学

速度と質量に比例する空気抵抗と鉛直下向きに重力を受けて運動する質量  $m$  の質点の運動を考える。鉛直上向きに  $y$  軸をとり水平方向に  $x$  軸をとる。質点は  $xy$  面内で運動するとし、重力加速度の大きさを  $g$  とする。

質点が鉛直方向に運動する場合を考える。時刻  $t$  に速度  $v_y(t)$  で運動する質点の運動方程式は

$$m \frac{dv_y(t)}{dt} = -mg - m\beta v_y(t)$$

と表せる。ここで  $\beta > 0$  は空気抵抗の大きさを表す定数である。以下の問いに答えよ。

- (1)  $V(t) = v_y(t) + \frac{g}{\beta}$  とおく。上の運動方程式を  $V(t)$  で表わせ。
- (2)  $v_y(0) = 0$  のとき  $V(t)$  を求めよ。
- (3)  $t \rightarrow \infty$  で  $v_y(t)$  は一定値に近づく。この値を求めよ。

次に、時刻 0 に質点を原点  $(0, 0)$  から水平方向に投射する場合を考える。時刻  $t$  に質点の速度が  $(v_x(t), v_y(t))$  で与えられ、 $v_x(0) = v_0$ 、 $v_y(0) = 0$  であるとする。以下の問いに答えよ。

- (4)  $v_x(t)$ 、 $v_y(t)$  の従う運動方程式を求めよ。
- (5)  $v_x(t)$  を求めよ。
- (6)  $t \rightarrow \infty$  で  $v_x(t)$  と  $v_y(t)$  は一定値に近づく。これらの値をそれぞれ求めよ。
- (7)  $t \rightarrow \infty$  で質点の  $x$  座標は一定値に近づく。この値を求めよ。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 計算科学コース

## 4. 電磁気学

直交座標系が設定された3次元空間を考える。以下、必要ならば真空の誘電率  $\epsilon_0$  を用いよ。

I. 原点にある電荷  $Q$  の点電荷によって、無限遠方での大きさが0であるような静電場が真空中にできている。以下の問いに答えよ。

- (1) 点  $(x, y, z)$  における電位を求めよ。ただし、無限遠方での電位を0とする。
- (2) 点  $(x, y, z)$  における電場ベクトルを求めよ。

II. 3次元空間の  $z = 0$  の面を境界とする無限に大きい導体が  $z < 0$  にある。導体は接地されており、 $z > 0$  は真空になっている。点  $(0, 0, z_0)$  ( $z_0 > 0$ ) にある電荷  $q$  の点電荷によって、 $z \rightarrow +\infty$  で大きさが0となるような静電場ができている。この系がつくる静電場と、導体の代わりに電荷  $-q$  の点電荷を点  $(0, 0, -z_0)$  に仮想的におくことのでつくられる静電場は、 $z > 0$  において一致する。このことを使って以下の問いに答えよ。

- (3) 点  $(x, y, z)$  ( $z > 0$ ) における電位および電場の  $z$  成分を求めよ。ただし、 $z \rightarrow +\infty$  での電位を0とする。
- (4) 問(3)の結果に対して  $z \rightarrow 0$  の極限をとることで、境界付近の点における電位および電場の  $z$  成分を求めよ。
- (5) 導体内で電場は0であることと問(4)を用いて、導体表面上の点  $(x, y, 0)$  における表面電荷密度を求めよ。
- (6) 導体表面上に誘起された全電荷を求めよ。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専門科目	数物科学類 計算科学コース

## 5. プログラミング

定積分  $\int_0^1 \exp(-x^2) dx$  の近似値をコンピュータを使って求めるための計算法を1つ挙げ、そこで使われる近似式を書け。また、その計算法を使って近似値を求めるプログラムを、C言語またはFortranで書け。