

令和3年度

金沢大学理工学域編入学試験

数物科学類 数学コース

専門科目

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題紙は本文3ページであり、答案用紙は5枚、下書き用紙は2枚である。
- 3 答えはすべて答案用紙の指定のところに記入すること。下書き用紙への記入は答案として認めない。
- 4 答えは答案用紙の表面に記入すること。裏面の使用は認めない。
- 5 白紙の答案用紙も受験番号等を記入して提出すること。
- 6 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専 門 科 目	数物科学類 数学コース

[1] 行列

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 7 & 1 \\ 2 & 0 & -1 \\ -2 & 10 & 2 \end{pmatrix}$$

について、次の問いに答えよ。

- (1) A のすべての固有値、および各固有値に対する固有空間を求めよ。
- (2) A が対角化可能であるかどうかを調べよ。さらに、 A が対角化可能ならば、 $P^{-1}AP$ が対角行列となる P を求めよ。
- (3) 3次実正方行列 B が $AB = BA$ を満たすとき、 B は対角化可能であることを示せ。

[2] 次の問いに答えよ。

- (1) \mathbf{R}^3 のベクトル $\mathbf{a}_1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ \alpha \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ \alpha \\ 1 \end{pmatrix}$, $\mathbf{a}_3 = \begin{pmatrix} \alpha \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ が \mathbf{R} 上1次従属となるような実数 α の値を求めよ。

- (2) β を実数とする。 \mathbf{R}^3 の部分空間

$$W = \left\{ \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^3 \mid \begin{pmatrix} \beta & 1 & 1 \\ 1 & \beta & 1 \\ 1 & 1 & \beta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\}$$

の次元が2となるときの β の値を求めよ。また、そのときの W の1組の基底を求めよ。

- (3) 写像

$$f: \mathbf{R}^2 \ni \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} \mapsto \begin{pmatrix} x+y \\ 3x^2-y \end{pmatrix} \in \mathbf{R}^2$$

が線形写像ではないことを示せ。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専 門 科 目	数物科学類 数学コース

[3] \mathbf{R} 上の関数 f は、任意の有界閉区間において積分可能であり

$$f(x+y) = f(x) + f(y) \quad (x, y \in \mathbf{R})$$

を満たすとする。次の問いに答えよ。

(1) $F(x) = \int_0^x f(y) dy$ ($x \in \mathbf{R}$) とするとき、 f は

$$f(x) = F(x+1) - F(x) - F(1) \quad (x \in \mathbf{R})$$

を満たすことを示せ。

(2) f は微分可能であり、任意の実数 x に対して、 $f'(x) = f(1)$ が成り立つことを示せ。

(3) 任意の実数 x に対して、 $f(x) = f(1)x$ が成り立つことを示せ。

[4] \mathbf{R}^2 上の関数

$$f(x, y) = x^2 + y^2 + \sqrt{3}x - 3y$$

について、次の問いに答えよ。

(1) f のすべての極値を求めよ。

(2) 閉領域 $D = \{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 9, y \geq 0\}$ における f の最大値と最小値を求めよ。

(3) (2) の D に対して、重積分

$$\iint_D f(x, y) dx dy$$

を求めよ。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志願学類・コース
専 門 科 目	数物科学類 数学コース

[5] 次の問いに答えよ.

- (1) 正の数 A, B および実数 α に対して, \mathbf{R}^2 内の集合

$$\{(x, y) \in \mathbf{R}^2 \mid A(x - \alpha)^2 + By^2 \leq 1\}$$

で表される図形の面積を求めよ.

- (2) \mathbf{R}^3 内の集合

$$E = \left\{ (x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid \frac{x^2}{4} + 4y^2 + z^2 \leq 1 \right\}$$

と平面 $H = \{(x, y, z) \in \mathbf{R}^3 \mid x + z = 1\}$ の共通部分 $H \cap E$ で表される図形の面積 S を求めよ.