２０２０年度

金沢大学理工学域編入学試験

# 数物科学類　数学コース

# 専門科目

（注　意）

1　問題紙は指示のあるまで開かないこと。

2　問題紙は本文３ページであり、答案用紙は５枚、下書き用紙は２枚である。

3　答えはすべて答案用紙の指定のところに記入すること。下書き用紙への記入は答案として認めない。

4　答えは答案用紙の表面に記入すること。裏面の使用は認めない。

5　白紙の答案用紙も受験番号等を記入して提出すること。

6　問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

２０２０年度編入学　数物科学類数学コース専門科目

| 金沢大学理工学域<br>編入学試験 | 問　題 |
|---|---|
| 科　目　名 | 志願学類・コース |
| 専門科目 | 数物科学類<br>数学コース |

[1] $p$ と $q$ を実数とする．行列

$$A = \begin{pmatrix} p & q \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$$

が異なる実数の固有値 $\alpha$ と $\beta$ をもつとき，次の問いに答えよ．

(1) $p$ と $q$ が満たす条件を求めよ．

(2) 次を満たす正則行列 $P$ の一つを，$\alpha$ と $\beta$ を用いて与えよ．

$$P^{-1}AP = \begin{pmatrix} \alpha & 0 \\ 0 & \beta \end{pmatrix}$$

(3) 漸化式

$$a_{n+2} = pa_{n+1} + qa_n \quad (n = 1, 2, \cdots)$$

を満たす数列 $\{a_n\}$ の一般項を，$a_1$, $a_2$, $\alpha$, $\beta$ を用いて表せ．

[2] 行列

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & -1 \\ -1 & -2 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & -8 & 0 \end{pmatrix}$$

と，$B$ による $\boldsymbol{R}^4$ から $\boldsymbol{R}^3$ への線形写像

$$f\colon \boldsymbol{R}^4 \ni \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \longmapsto B \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{pmatrix} \in \boldsymbol{R}^3$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $f$ の核 ($\mathrm{Ker}\, f$) を求めよ．

(2) $f$ が全射であることを示せ．

(3) $E_3$ を 3 次の単位行列とする．このとき，

$$BC = E_3$$

を満たす行列 $C$ が存在する場合にはそのような $C$ を一つ与え，存在しない場合にはその理由を述べよ．

| 金沢大学理工学域<br>編入学試験 | 問　題 |
|---|---|
| 科　目　名 | 志願学類・コース |
| 専門科目 | 数物科学類<br>数学コース |

[3] $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数

$$f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{6xy^2}{2x^2+3y^2}, & (x,y)\neq(0,0)\\ 0, & (x,y)=(0,0)\end{cases}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ は点 $(0,0)$ で連続であることを示せ．

(2) $f(x,y)$ の点 $(0,0)$ における偏微分係数 $f_x(0,0)$，$f_y(0,0)$ を求めよ．

(3) $f(x,y)$ が点 $(0,0)$ で全微分可能であるかどうか調べよ．

[4] $\boldsymbol{R}^2$ 上の関数

$$f(x,y)=(x^2-y^2)e^{2x}$$

について，次の問いに答えよ．

(1) $f(x,y)$ のすべての極値を求めよ．

(2) $\boldsymbol{R}^2$ の 4 点 $(2,0),(0,2),(-2,0),(0,-2)$ を頂点とする正方形の周および内部を $D$ とする．このとき，重積分

$$\iint_D f(x,y)\,dxdy$$

の値を求めよ．

| 金沢大学理工学域<br>編入学試験 | 問　題 |
|---|---|
| 科　目　名 | 志願学類・コース |
| 専門科目 | 数物科学類<br>数学コース |

[5] $\boldsymbol{R}$ 上の3回微分可能な関数 $f(x)$ について，次の問いに答えよ．

(1) $x > a$ に対して，

$$\frac{|f''(a)|}{2}(x-a)^2 \leqq |f(x)| + |f(a)| + |f'(a)|(x-a) + \frac{|f'''(c)|}{6}(x-a)^3$$

を満たす $c$（$a < c < x$）が存在することを，テイラーの定理を用いて示せ．

(2) $f(x)$ および $a \in \boldsymbol{R}$ は，次の条件 (i), (ii), (iii) を満たすとする．

(i) $|f(x)| \leqq 1$　$(x \in \boldsymbol{R})$

(ii) $|f'''(x)| \leqq 3$ $(x \in \boldsymbol{R})$

(iii) $f'(a) = 0$

このとき，$|f''(a)| \leqq 3$ を示せ．