

平成27年度

金沢大学理工学域編入学試験

電子情報学類

環境デザイン学類

(注 意)

- 1 問題紙は指示のあるまで開かないこと。
- 2 問題は3問，答案用紙は3枚，下書き用紙は1枚である。
- 3 解答は問題ごとに，1題を1枚の答案用紙の指定欄に記入すること。
- 4 白紙の答案用紙でも，受験番号を記入して提出すること。
- 5 問題紙と下書き用紙は持ち帰ること。

金沢大学理工学域 編入学試験	問 題
科 目 名	志 願 学 類
数 学	電子情報学類 環境デザイン学類

2014年6月28日(土) 13:00-14:30

[注意] 解答は問題番号に応じて、1題を1枚の答案用紙に書くこと。

1 任意の x, y, z について

$$A \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -4x + y + 4z \\ -4x + 3y + 2z \\ -x + y + z \end{pmatrix}$$

となる 3×3 行列 A を考える。次の問いに答えよ。

- (1) A を求めよ。
- (2) A の固有値 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ ($\lambda_1 < \lambda_2 < \lambda_3$) と、それぞれに対応する長さ 1 の固有ベクトル $\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2, \mathbf{p}_3$ を求めよ。
- (3) B を A の逆行列、 n を自然数とすると、 B^n の固有値を $\mu_1^{(n)}, \mu_2^{(n)}, \mu_3^{(n)}$ ($\mu_1^{(n)} < \mu_2^{(n)} < \mu_3^{(n)}$) とおく。数列 $a_n = \frac{\mu_1^{(n)} \mu_3^{(n)}}{\mu_2^{(n)}} (n = 1, 2, \dots)$ に対して、無限級数 $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$ の収束発散を調べよ。収束する場合はその値を求めよ。

2 関数 $f(x) = 1 - \sqrt{1 - x^2}$ ($|x| < 1$) について、次の問いに答えよ。

- (1) $f'(0), f''(0), f'''(0)$ を求めよ。
- (2) $(x - x^3)f''(x) = f'(x)$ を示せ。
- (3) $f^{(n)}(0)$ を求めよ。

3 (1) $(\sin^{-1} x)' = \frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}$ ($-1 < x < 1$) を示せ。ここで、 $\sin^{-1} x$ は逆正弦関数をあらわす。

(2) 座標変換

$$\begin{cases} x = r \cos \theta \\ y = r \sin \theta \end{cases} \quad (r > 0, 0 < \theta < 2\pi)$$

に対するヤコビ行列式 $\frac{\partial(x, y)}{\partial(r, \theta)}$ を求めよ。

(3) 重積分

$$\iint_D \frac{y}{(x^2 + y^2)\sqrt{1 - x^2 - y^2}} dx dy$$

を求めよ。ただし、 $D = \left\{ (x, y) \mid \frac{1}{4} \leq x^2 + y^2 \leq \frac{3}{4}, 0 \leq y \leq x \right\}$ とする。